Geometria	
CdS	**Fisica**
CFU	9
Ore	90
Semestre	I
Anno	I
Numero medio di studenti	100/canale
Canalizzazione	4 canali
Referente del Gruppo di Lavoro	

1. RESOCONTO

Calendario degli incontri
26/11/2021 – Assemblea CAD con discussione plenaria 10/12/2021 – Riunione tra Presidente CAD e docenti di Geometria 17/12/2021 – Discussione al Consiglio CAD

Criticità emerse
Osservazioni dei docenti di Geometria. - Sono presenti studenti con scarsissime conoscenze di matematica di base. - Compressione dei tempi per la didattica. Impossibilità di sostenere in maniera ragionevole le prove in itinere. - Tagliando opportunamente le dimostrazioni si potrebbe provare a trattare le rappresentazioni parametriche di curve e superfici (NON VARIETA' DIFFERENZIABILI). - Richiesto il calcolo in più variabili. Osservazioni scaturite dal confronto con docenti di fisica e studenti. - Matrici: diagonalizzazione e calcolo autovalori e autovettori: argomento di notevole impatto sulla fisica, sul quale alcuni studenti mostrano di essere in difficoltà nei corsi di fisica successivi. Si suggerisce di introdurre anche esercizi maggiormente articolati per poter risolvere problemi più complessi su questi argomenti. - Operatori autoaggiunti e teorema spettrale: argomento di notevole impatto che dovrebbe avere un posto di rilievo nel programma.

Azioni correttive proposte
Le prove in itinere sono una buona pratica da mantenere, ma spesso risulta difficile realizzarle per motivi di carattere logistico. Per quest'anno sarà tentata una organizzazione centralizzata come fatta per il II semestre.

Buone pratiche
Si sottolinea l'importanza e l'eccellenza del lavoro dei tutor, aiuto importante per l'efficacia didattica del corso.

Note e commenti

Programma concordato
Nozioni di base. Insiemi, funzioni, campi, polinomi. Il campo dei numeri complessi. Sistemi lineari. Eliminazione di Gauss, struttura delle soluzioni. Spazi vettoriali. Combinazioni lineari, sottospazi e sottospazi affini, indipendenza lineare, basi e generatori, dimensione, somma e intersezione, formula di Grassmann. Applicazioni lineari. Nucleo, immagine, Teorema della dimensione. Matrici. Algebra della matrici, matrici associate ad applicazioni lineari, rango, matrici invertibili, cambiamento di coordinate, determinanti. Diagonalizzazione. Autovalori ed autovettori, polinomio caratteristico. Forme bilineari. Prodotti scalari, prodotti hermitiani, basi ortogonali, Teorema di Sylvester, spazi vettoriali euclidei e hermitiani. Operatori autoaggiunti, isometrie lineari, Teorema Spettrale.

2. TABELLA SYLLABUS

3. Esempi di esercizi d'esame/fogli di esercizi

Geometria
Primo Appello — Sessione Estiva
Corso di laurea in Fisica — A.A. 2021/2022
Canale A-Dal

DURATA: 2 ORE E 30 MINUTI

Paolo Bravi Simone Diverio

15 giugno 2022

Esercizio 1. Dato lo spazio vettoriale $\mathbb{R}_2[x]$ dei polinomi di grado minore o uguale a due a coefficienti reali, si considerino i sottospazi

$$U = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid p(-1) = 0\},$$
$$V = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid p(1) = 0\},$$
$$W = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid p(0) = p'(0) = 0\}.$$

Determinare una base per $Z = U \cap V$ e una base per $Z + W$. Qual è la dimensione di $Z \cap W$?

Esercizio 2. Sia V uno spazio vettoriale reale di dimensione $\dim V = 3$, $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$ una sua base, e $b : V \times V \to \mathbb{R}$ la forma bilineare simmetrica la cui matrice associata nella base $\mathcal{B}$ è data da

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ & & 1 \\ 0 & -1\;1 & -0\;1 \end{pmatrix}.$$

Determinare una base b-ortogonale di V, e dedurne la segnatura di b. Determinare una base per il nucleo $V^{\perp_b}$ di b, e un vettore non nullo b-isotropo che *non* appartenga a $V^{\perp_b}$.

Esercizio 3. Sia $L_A : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ l'operatore lineare associato alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ & 1 & 0 \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

Determinare lo spettro di L_A, e una base di $\mathbb{C}^3$ costituita da autovettori per L_A.

Determinare poi, se esiste, una base unitaria di $\mathbb{C}^3$ rispetto al prodotto hermitiano canonico costituita da autovettori per L_A.

Esercizio 4. Discutere al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità del seguente sistema lineare a coefficienti reali di 2 equazioni in 3 incognite:

$$\begin{cases} kx + y + z = k \\ x + ky + kz = k + 1. \end{cases}$$

Per i valori di k per i quali il sistema risulta essere compatibile, determinarne l'insieme delle soluzioni.

Esercizio 5. Sia $M_{2,2}(\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate di ordine 2 a entrate reali. Si consideri l'applicazione

$$\begin{aligned} T : M_{2,2}(\mathbb{R}) &\to M_{2,2}(\mathbb{R}) \\ X &\mapsto AX + XA, \end{aligned}$$

dove

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Verificare che trattasi di applicazione lineare, e determinare una base per nucleo e immagine.