

# Calcolo e Biostatistica

<b>CdS</b>	<b>L-2 Biotecnologie Agro-alimentari ed Industriali</b>
CFU	9
ore	90
Semestre	I
Anno	I
Numero medio di studenti	50
Canalizzazione	No
Referente del Gruppo di Lavoro	Graziano Crasta

## 1. RESOCONTO

### Calendario degli incontri

06.12.2021 Incontro tra i docenti degli Insegnamenti di Base per confrontarsi sulle schede 21.04.2022  
Discussione collegiale durante il CAD sulle schede preparate dai docenti e confronto con i rappresentanti degli studenti  
30.11.2022 Confronto tra i docenti degli insegnamenti di base e i docenti del CAD del CdS L-2 per apportare le ultime modifiche  
---in programmazione nell'ordine del giorno del CAD di dicembre

### Criticità emerse

Gravi lacune sulle conoscenze da acquisire durante le scuole superiori.

### Azioni correttive proposte

Ripetere gli argomenti di base all'inizio del corso.

### Buone pratiche

Pianificare i tutoraggi in modo che affianchino le lezioni per permettere di aiutare gli studenti che si trovano in difficoltà a chiedere spiegazioni al docente.

### Note e commenti

Programma concordato

- Richiami di insiemistica e insiemi numerici. [2 ore]

Unione, intersezione, differenza e prodotto cartesiano di insiemi; numeri naturali, interi relativi, razionali, reali; maggioranti e minoranti; insiemi limitati superiormente e inferiormente; la retta reale e il piano cartesiano.

- Concetto di funzione. [4 ore]

Definizione di funzione; funzioni reali di variabile reale; operazioni tra funzioni; composizione; funzioni iniettive, suriettive e biiettive; funzione inversa; funzioni limitate; funzioni monotone; funzioni pari, dispari e periodiche.

- Grafico delle funzioni elementari. [4 ore]

Traslazioni e dilatazioni; funzioni affini; valore assoluto; parabole; potenze e radici; potenze con esponente reale; esponenziali e logaritmi; funzioni trigonometriche; richiami su equazioni e disequazioni.

- Algebra lineare. [6 ore]

Matrici. Determinante di una matrice quadrata e rango di una matrice; Teorema di Kroneker. Sistemi lineari; teoremi di Cramer e di Rouché-Capelli.

- Concetto di limite per funzioni reali di variabile reale. [16 ore]

Punti di accumulazione; definizione di limite; teorema del confronto; operazioni sui limiti finiti; cambiamento di variabili nei limiti; limite nell'origine di  $(\sin x)/x$  e  $(1-\cos x)/x^2$ ; successioni numeriche e loro limite; estensioni del concetto di limite (limiti infiniti e all'infinito, limiti destro e sinistro); asintoti orizzontali, verticali e obliqui; definizione di continuità; classificazione di punti di discontinuità; continuità delle funzioni elementari; punti di estremo assoluto e teorema di Weierstrass; teorema degli zeri e dei valori intermedi; metodo di dicotomia per la risoluzione approssimata delle equazioni; numero di Nepero e limiti con esponenziali e logaritmi.

- Concetto di derivata di una funzione. [16 ore]

Definizione di derivata e sua interpretazione geometrica e cinematica; equazione della retta tangente al grafico di una funzione in un punto; continuità delle funzioni derivabili; derivata sinistra e destra; punti di cuspidi e punti angolosi; derivata delle funzioni di base; derivata di somma, prodotto, quoziente; derivata della funzione composta e della funzione inversa; punti di estremo relativo e teorema di Fermat; teoremi di Rolle e Lagrange; test di monotonia; teorema di l'Hopital; derivate successive; concavità e convessità.

-Integrali indefiniti. [6 ore]

Primitive e definizione di integrale indefinito; integrali immediati; integrazione per parti e per sostituzione; integrazione delle funzioni razionali; metodo di copertura di Heaviside.

- Cenni sulle equazioni differenziali. [4 ore]

Equazioni differenziali ordinarie del primo ordine; equazioni lineari e a variabili separabili; applicazioni a modelli di crescita delle popolazioni e al decadimento radioattivo; datazione al radiocarbonio.

- Integrali definiti. [6 ore]

Definizione di integrale definito di una funzione continua e sue proprietà; significato geometrico e calcolo di aree; teorema di Torricelli e teorema fondamentale del calcolo integrale; volume di un solido di rotazione.

- Elementi di probabilità. [8 ore]

Probabilità e frequenza di un evento; variabili aleatorie, densità di probabilità, funzione di ripartizione, valore atteso, varianza; principali variabili aleatorie discrete e continue. Legge dei grandi numeri. Distribuzione normale e Teorema del Limite Centrale.

- Popolazioni e campioni. [10 ore]

Popolazione e campione; rappresentazione dei dati campionari; indici di centralità e di dispersione, media e varianza campionaria. Regressione lineare, retta dei minimi quadrati, coefficiente di correlazione di Pearson.

Parametri di una popolazione; stimatori corretti e coerenti. Intervallo di confidenza per la media di una popolazione normale. Intervallo di confidenza per la differenza di due medie.

- Test di ipotesi. [8 ore]

Formulazione di ipotesi, livello di significatività, livello di confidenza, p-value, intervalli di confidenza, errori di primo e secondo tipo, potenza di un test. Test sulla media di una popolazione distribuita normalmente. Confronto di medie fra due popolazioni: test t di Student. Test t per dati appaiati. Test del Chi-quadrato di adattamento.

## 2.TABELLA "SYLLABUS"

### 1. Matematica di base

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Aritmetica	X		chimica (II sem) ChimiBiol Fondamenti Microbiologia Alim. Chimica Organica Biotec Ferm Processi Biologici Industriali	
Proporzioni e percentuali	X		chimica (II sem) ChimiBiol patologia vegetale Fondamenti Microbiologia Alim. Chimica Organica Biotec Ferm Processi Biologici Industriali	
Equazioni di 1 e 2 grado		X	chimica (II sem) ChimiBiol patologia vegetale Fondamenti Microbiologia Alim. Biotec Ferm	

			Chimica Organica Processi Biologici industriali	
Insiemi numerici		X		
Retta reale e piano cartesiano		X	ChimiBiol patologia vegetale Fondamenti Microbiologia Alim. Biotec Ferm Processi Biologici Industriali	
Geometria analitica nel piano e nello spazio			ChimiBiol Biotec Ferm	
Numeri complessi			ChimiBiol	
Insiemistica e logica		X	patologia vegetale	
Dimostrazioni dirette, per assurdo e per induzione		X	ChimiBiol	
Combinatoria		X (cenni)		

## 2. Algebra lineare

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Vettori del piano e dello spazio				
Teoria degli spazi vettoriali				
Calcolo con matrici		X		
Determinante e rango		X		
Sistemi lineari		X	chimica (II sem) ChimiBiol	
Forme quadratiche			ChimiBiol	

## 3. Funzioni

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario

Iniettività, suriettività, invertibilità		X		
Operazioni elementari sui grafici		X	chimica (II sem) ChimiBiol Chimica Organica Biotec Ferm	
Simmetrie, periodicità		X		
Monotonia		X		
Funzioni affini, equazioni e disequazioni		X	ChimiBiol Processi Biologici Industriali	
Funzione valore assoluto		X		
Polinomi di secondo grado		X	ChimiBiol	
Potenze e radici ennesime		X		
Potenze con esponente reale		X		
Esponenziali		X	chimica (II sem) ChimiBiol patologia vegetale Fondamenti Microbiologia Alim. Biotec Ferm Processi Biologici Industriali	
Logaritmi		X	chimica (II sem) ChimiBiol patologia vegetale Fondamenti Microbiologia Alim. Biotec Ferm Processi Biologici Industriali	
Funzioni trigonometriche		X		

Formule trigonometriche	X	X		
-------------------------	---	---	--	--

#### 4. Limiti

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Concetto di limite	X	ChimiBiol	
Limiti notevoli	X		
Comportamento asintotico	X	ChimiBiol	
Successioni numeriche	X (cenni)	ChimiBiol	
Serie numeriche		ChimiBiol	
Asintoti	X	ChimiBiol	
Continuità	X		
Classificazione delle discontinuità	X		
Teoremi sulle funzioni continue (zeri, Weierstrass)	X		
Uniforme continuità			
Infiniti, infinitesimi, confronto	X		

#### 5. Derivate

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Concetto di derivata	X	chimica e CF (II sem) ChimiBiol Biotec Ferm Processi Biologici Industriali	
Calcolo delle derivate	X	chimica e CF (II sem) Processi Biologici	

		Industriali	
Teoremi di base del Calcolo Differenziale (Fermat, Rolle, Lagrange)	X		
Convessità e concavità	X	ChimiBiol	
Studio di funzione	X	ChimiBiol	
Teoremi avanzati del Calcolo Differenziale (Hopital, Taylor)	X (Hopital)		

## 6. Integrali

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Integrali definiti	X	chimica e CF (II sem)  ChimiBiol Biotec Ferm  Processi Biologici Industriali	
Funzioni integrabili	X		
Primitive	X	Biotec Ferm	
Teorema fondamentale del calcolo integrale	X	ChimiBiol	
Integrazione per parti	X		
Integrazione per sostituzione	X		
Integrazione delle funzioni razionali	X (cenni)		
Ulteriori metodi di integrazione			
Volume di solidi di rotazione	X		
Area di superfici di rotazione			
Lunghezza di un grafico			

## 7. Equazioni differenziali

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Teorema di esistenza e unicità generale			
Lineari del primo ordine		Biotec Ferm	
Lineari del secondo ordine omogenee			

Lineari del secondo ordine non omogenee			
Variabili separabili	X		
Solo qualche esempio applicativo	X		

## 8. Biostatistica

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Eventi casuali e probabilità	X	ChimiBiol Biotec Ferm	
Probabilità condizionata e formula di Bayes			
Distribuzioni discrete	X		
Distribuzioni continue	X		
Legge dei grandi numeri	X		
Teorema del limite centrale	X		
Statistica descrittiva	X		
Test statistici	X	patologia vegetale  Fondamenti Microbiologia Alim. Biotec Ferm	
Uso di R	X	patologia vegetale	
Uso di Excel		ChimiBiol  patologia vegetale  Fondamenti Microbiologia Alim. Biotec Ferm	

## 9. Altro argomento da segnalare

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Equazioni differenziali (con esempi applicativi: equazione di Clausius-Clapeyron; Equazione di van't Hoff)		chimica e CF (II sem)  ChimiBiol  Biotec Ferm	

### 3. Esempi di esercizi d'esame/fogli di esercizi

Prova scritta d'esame. Esercizi su conoscenze di base (funzioni elementari, disequazioni), limiti, derivate, integrali, studi di funzione, intervalli di confidenza, test statistici, domande di teoria (teoremi, definizioni). Tipicamente 5 test a scelta multipla, due o tre esercizi a risposta aperta (studio di funzione, test statistici), tre domande di teoria a risposta aperta, da svolgere in 120-150 minuti. Livello di difficoltà degli esercizi: medio-basso (rispetto a quelli svolti durante il corso).

Prove di esonero. Due, strutturate essenzialmente come la prova scritta d'esame, suddividendo il programma in due parti. Le domande di teoria sono presenti solo nel secondo esonero.

Esame orale. Domande di teoria su tutto quanto è stato svolto nel corso. Gli studenti hanno a disposizione un elenco di "domande-tipo".

**Si riporta un esempio di prove d'esame**

#### Calcolo e Biostatistica (Biotecnologie Agro-alimentari ed Industriali)

Prova scritta del 9/11/2022

Il seguente campione è stato estratto da una popolazione distribuita normalmente: 43, 56, 46, 53, 48, 45. L'intervallo di confidenza al 95% per la media è circa

[1]  $44.4 < \mu < 52.6$

[2]  $35.6 < \mu < 61.4$

[3]  $38.4 < \mu < 58.6$

[4]  $43.2 < \mu < 53.8$

Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} 1 - \exp -x^2$

1. vale 0  
 $x \rightarrow 0$   $x^2$

2. vale 1  
3. non esiste  
4. vale 1

Si ha la seguente tabella di frequenze:

$n_i$	26	10	31	16	23	22
-------	----	----	----	----	----	----

Si effettua un test del Chi-quadrato per stabilire se tali frequenze sono compatibili col fatto che gli eventi siano equiprobabili. Allora il p-value del test soddisfa:

[1]  $p < 0.01$

[2]  $p > 0.05$

[3]  $0.025 < p < 0.05$

[4]  $0.01 < p < 0.025$

Sia  $X \sim N(80, 25)$  una variabile aleatoria normale di media 80 e varianza 25. Allora  $P(X > 90)$  vale circa [1] 0.345

[2] 0.655

[3] 0.023

[4] 0.977

L'equazione della retta tangente al grafico della funzione  $f(x) = x \sin x$  nel punto di ascissa 0 è:

1.  $y = x$

2.  $y = 1 - \cos x$

[3]  $y = 0$

[4]  $y = (1 - \cos x)x$

**Esercizio n. 1** – Studiare la funzione  $f(x) = \log(x) / x$ . (dominio, segno, limiti, asintoti, crescita e decrescenza, concavità e convessità, grafico).

**Esercizio n. 2** – Abbiamo due campioni indipendenti estratti casualmente da popolazioni normali aventi la stessa varianza. Le osservazioni sono riassunte nella seguente tabella:

	Gruppo 1	Gruppo 2
$n_j$	10	10
$\bar{x}_j$	68.28	63.58
$s_j^2$	25.26	32.42

Stabilire se esistono differenze significative fra le medie ai livelli di significatività dell'1% e del 5%.

In particolare, si richiede di scrivere esplicitamente ipotesi nulla e ipotesi alternativa, calcolare la statistica test e, per ogni livello di significatività, di individuare le regioni di accettazione e di rifiuto e trarre le dovute conclusioni.

Si richiede inoltre di determinare gli intervalli di confidenza al 95% e 99% per la differenza delle medie e di trarre, anche in questo caso, le dovute conclusioni.

**Domanda di teoria n. 1** – Definizione di integrale definito e sua interpretazione geometrica.

**Domanda di teoria n. 2** – Il Teorema di Rolle: enunciato, dimostrazione, interpretazione geometrica, esempi che illustrino l'importanza delle ipotesi.

**Domanda di teoria n. 3** – Dare la definizione di stimatore corretto e di stimatore consistente. Dimostrare che la media campionaria è uno stimatore corretto e consistente della media di una popolazione.